

COMSOL Multiphysics Ver.5.2 専門モジュールイントロダクション

最適化モジュール

工学設計の最適化と改善

計測エンジニアリングシステム株式会社
東京都千代田区内神田 1-9-5 井門内神田ビル
2015 11.30

1. 最適化モジュールの概要

出典：<https://www.comsol.jp/optimization-module>

COMSOL Multiphysics モデルの改善

最適化モジュールは、既存の COMSOL Multiphysics 製品と組み合わせて利用できるアドオンパッケージです。製品やプロセスの COMSOL Multiphysics モデルを作成しても、設計に手をいれたいくなるのが常です。これは、次の4つのステップで行います。まず、目的関数、すなわちシステムを記述する性能指数を定義します。次に、設計変数セットを定義します。これは変更しようとするモデルに対する入力です。3番目は、制約セットを定義します。設計変数の限界や、満足すべき動作条件が該当します。最後に、最適化モジュールを利用して制約範囲内で設計変数を変更して設計を改善します。最適化モジュールは、目的関数を定義し、設計変数を指定し、これらの制約をセットアップするための汎用インタフェースです。モデル入力はどれも、それが幾何学的寸法、部品形状、材料特性、あるいは材料分布のいずれであれ、設計変数として処理でき、モデル出力はすべて目的関数の定義に使用できます。目的関数は、COMSOL Multiphysics 製品ファミリーのどれでも使用でき、さらに LiveLink™ アドオン製品と組み合わせてサードパーティ CAD プログラムで幾何学的寸法を最適化できます。

導関数を使用しないアルゴリズムと勾配ベースアルゴリズム

最適化モジュールには、2種類の最適化技法が組み込まれています。それが、導関数を使用しない最適化と勾配ベースの最適化です。導関数を使用しない最適化は、目的関数と制約が一貫性がなく、解析用の導関数がない場合に便利です。たとえば、寸法を変更して部品のピーク応力を変更するとします。ただし、寸法を変更すると、ピーク応力の場所がある点から別の点に移動することがあります。そのような目的関数は非解析的であり、導関数を使用しない手法が必要です。その手法として、最適化モジュール、BOBYQA (Bound Optimization by Quadratic Approximation)、Nelder-Mead、座標検索、モンテカルロ法という4つの手法が利用できます。

最適化モジュールは、近似勾配を計算して、改善された設計に設計変数を進化させます。部品の全質量を最小化したい場合、この手法で対応できます。部品の質量は、勾配ベースの手法を利用して、部品寸法に対して直接微分可能です。最適化モジュールでは、Philip E. Gill (University of California San Diego)、Walter Murray および Michael A. Saunders (Stanford University) が設計変数改善のために開発した SNOPT オプティマ

イザの随伴手法で目的関数と制約関数の正確な解析的導関数を計算します。第 2 の勾配ベースのアルゴリズムはレーベンバーグ-マーカートソルバです。このソルバは、目的関数が最小二乗タイプ的时候可以に使用できます。一般的に、パラメータ推定と曲線近似アプリケーションが該当します。第 3 の手法、MMA (Method of Moving Asymptotes)、は Professor K. Svanberg (Royal Institute of Technology in Stockholm, Sweden) が作成した勾配ベースの最適化ソルバです。トポロジーの最適化を目的としています。この手法は文献では GCMMA と呼ばれており、最適化モジュールでは MMA の下にあります。

勾配ベースの手法には、数百、数千もの設計変数を使用する問題に対処でき、設計変数の数が増えても計算コストがほとんど増えないというメリットがあります。随伴手法は、すべての解析的導関数を同時に計算するのに対して、導関数フリー手法では、各導関数を近似処理しなくてはならず、設計変数の数が増えると計算時間が長くなります。勾配ベースの手法では、さらに複雑な制約関数を取り込むこともできます。

導関数を使用しない手法の長所はシンプルさです。微分可能な目的関数を見つける必要はなく、少ない操作でセットアップできます。ただし、計算コストがかかるため、導関数を使用しない手法は設計変数の数が 10 個未満のときに適しています。実際、この手法はさまざまな実用的な工学の最適化問題に対応できます。

パラメータの最適化では、流量や負荷などのモデルへのスカラー入力を最適化します。通常、これは最も簡単なたぐいの最適化であり、特に技法は限定していません。

パラメータ推定は複雑であり、COMSOL モデルと実験データの相関を取る必要があります。通常、その目的は、使用する材料特性をモデルで推定することです。

寸法、形状、トポロジーの最適化

最適化の手法は、さらに最適化する変数のタイプで分類できます。寸法、形状、トポロジーの最適化は、すべて最適化モジュール内で処理し、設計プロセスではそれぞれ専用の場所が与えられます。

寸法の最適化では、製造に直接変換できる設計変数を定義します。代表的な設計変数には、穴の大きさ、あるいは構造メンバーの長さ、幅、高さがあります。寸法の最適化は、通常、設計プロセスの最終段階として使用し、全体形状として設計がほぼ確定した段階で実施します。通常、ここでは導関数フリー手法を使用します。

形状の最適化は、通常、設計プロセスの早期に行われ、オブジェクトの形状もより自由に変更されます。設計変数は慎重に選択する必要がありますが、これは設計を過度に制約することなく形状を改善するという目的があるからです。解析的目的関数を見つけることができれば、勾配ベースの手法をおすすめします。

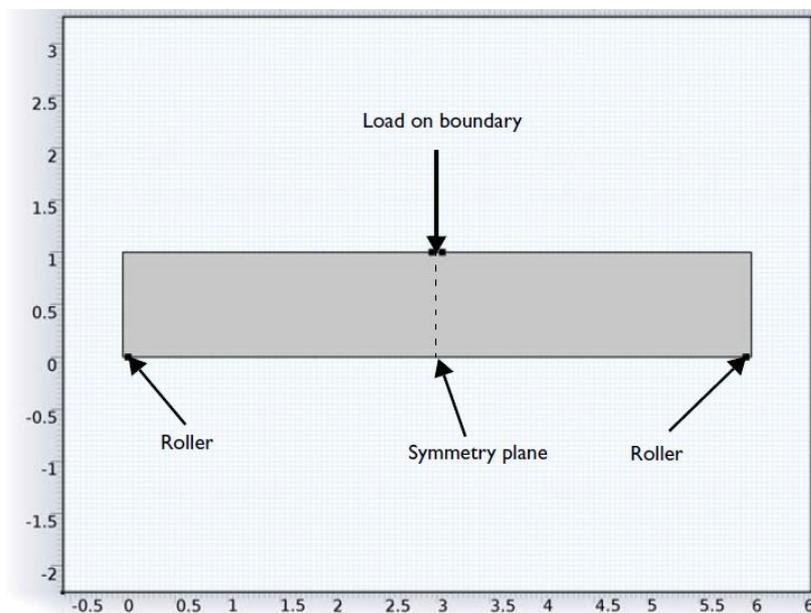
トポロジーの最適化は設計プロセスのごく初期段階（通常、概念段階）で実施します。トポロジーの最適化では、設計変数として材料分布を処理し、構造の挿入または削除により目的関数を改善します。設計変数が多いため、勾配ベースの最適化以外は現実的ではありません。

2. チュートリアル

トポロジー最適化

出典：COMSOL Multiphysics V5.2、<< IntroductionToOptimizationModule.pdf >> p. 28
以降

本モデルは、トポロジー最適化計算の典型的な例題になります。下記図に示すように、長方形ビームの両端がローラーに乗せて、上から外力を印加する時に、構造の剛性が最大になることを最適化目標とする場合の、領域内の最適な材料分布を計算します。また、下記モデルは左右対称になっていますので、解析する時に左半分を用いて計算します。



手順

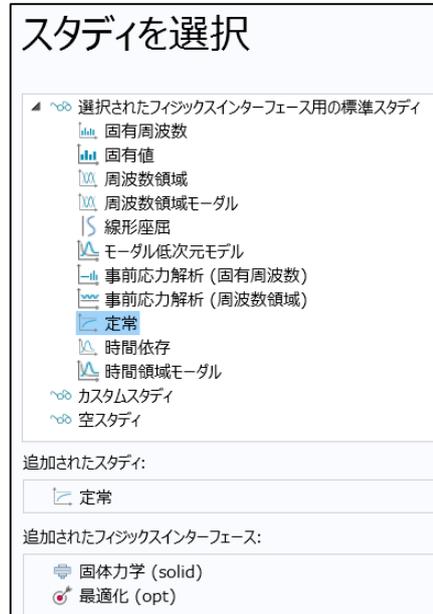
新規モデルを作成

1. デスクトップの COMSOL アイコンをダブルクリックします。ソフトウェアが起動すると画面にモデルウィザードを使う（COMSOL モデルを新規作成）かブランクモデルを使う（手動で COMSOL モデルを新規作成）かを選択する画面が表示されます。ここではモデルウィザードを選択します。COMSOL がすでに起動している場合にはファイルメニューで新規を選択後にモデルウィザードを選択します。



モデルウィザード

1. モデルウィザードの「空間次元を選択」ウィンドウで「2D」をクリックします。
2. 「フィジックスを選択」ツリーで「構造力学」を展開し、「構造力学 (solid)」を選択します。
3. 「追加」ボタンをクリックします。
4. 「フィジックスを選択」ツリーで「数学→最適化および感度」を展開し、「最適化 (opt)」を選択します。
5. 「追加」ボタンをクリックします。
6. 「スタディ」ボタンをクリックします。
7. 標準スタディツリーから「定常」を選択します。
8. 「完了」ボタンをクリックします。



グローバル定義

パラメータ定義

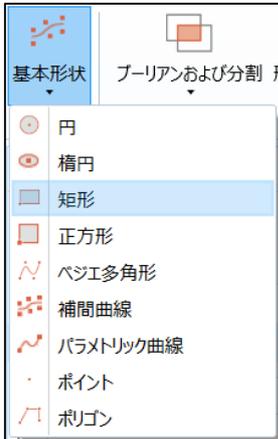
1. ホームツールバーの「パラメータ」ボタンをクリックします。
2. パラメータの設定ウィンドウに、以下を入力します：

パラメータ	
名前	式
a	3
b	1
h0	0.05
hmax	0.025
p	5
q	0.25
gamma	0.5
domainA...	a*b
Ws0	64.7

ジオメトリ

矩形 1 (r1)

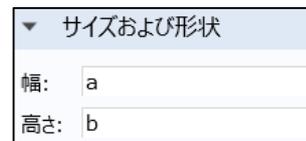
1. ジオメトリツールバーの「基本形状→矩形」を選択します。



2. 「矩形 1」の設定ウィンドウの、「サイズおよび形状」セクションに行って：

幅テキストフィールドに、「a」を入れます。

高さテキストフィールドに、「b」を入れます。

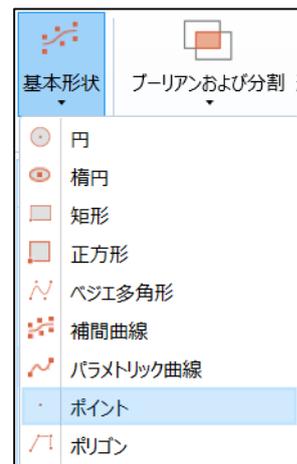


3. 「ここを作成」ボタンをクリックします。

ポイント 1 (pt1)

4. ジオメトリツールバーの「基本形状→ポイント」を選択します。

5. 「ポイント 1」の設定ウィンドウの、「ポイント」セクションに行って、x テキストフィールドに「0.1」を入れます。



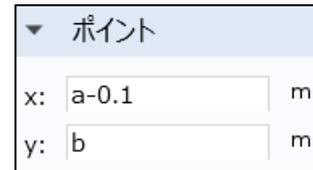
ポイント 2 (pt2)

1. ジオメトリツールバーの「基本形状→ポイント」を選択します。
2. 「ポイント 1」の設定ウィンドウの、「ポイント」セクションに行って：

x テキストフィールドに「a-0.1」を入れます。

y テキストフィールドに「b」を入れます。

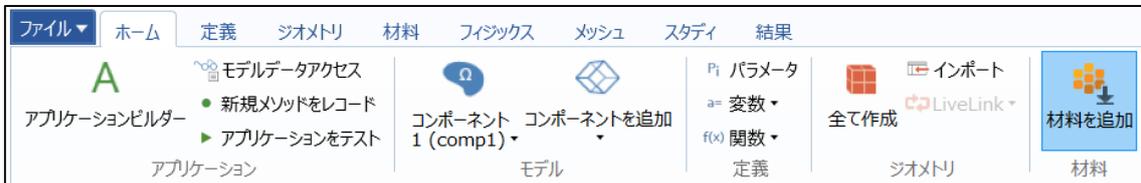
3. 「ここを作成」ボタンをクリックします。



材料を追加

次に structural steel をドメイン材料として設定します。

1. ホームツールバーの「材料を追加」をクリックします。



2. 「材料を追加」ウインドウのツリーから、「標準」中の「structural steel」を選択し、「コンポーネントに追加」ボタンをクリックします。

定義

変数 1

1. ホームツールバーの「変数」をクリックし、「ローカル変数」を選択します。
2. 変数の設定ウインドウの、「変数」セクションへ行きます。
3. テーブルに以下の設定を入れます。

▼ 変数	
名前	式
E_SIMP	mat1.Enu.E*rho_design^p

最適化計算用の材料分布コントロール変数「rho_design」はまだ未定義なので、定義した変数「E_SIMP」の式はオレンジ色になっています。

以下には物理の定義に入ります。

固体力学(solid)

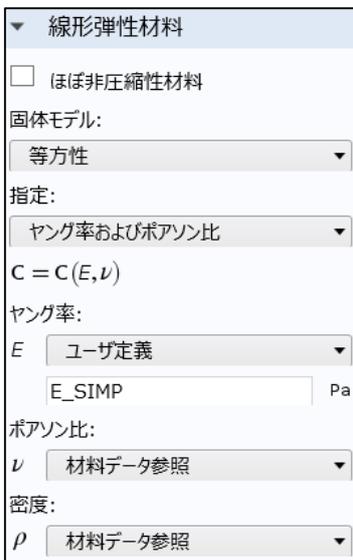
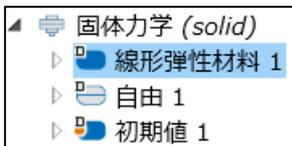
1. モデルビルダツリー中の「コンポーネント 1」→「固体力学」ノードをクリックします。
2. 「固体力学」の設定ウインドウに、「2D 近似」セクション中の選択リストから「平面応力」を選択します。



線形弾性材料 1

ここで最適化計算ために修正したヤング率を設定します。

1. モデルビルダツリー中の「固体力学」ノード下の「線形弾性材料 1」をクリックします。
2. 「線形弾性材料 1」の設定ウインドウの「線形弾性材料」セクションへ行きます。
3. ヤング率 E の選択リストから「ユーザ定義」を選択し、「E_SIMP」を入れます。



ローラ 1

ローラ条件を利用して対称境界を表します。もし構造力学モジュールを持ち頂ければ、「対称性」条件を使ってもいいです。

1. フィジックスツールバー下の境界をクリックし、「ローラ」を選択します。



2. 境界 6 を選択します。

ローラ 2

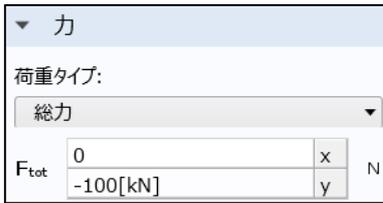
ビームの左下にもう一つのローラ条件を追加します。

1. フィジックスツールバー下の境界をクリックし、「ローラ」を選択します。
2. 境界 2 を選択します。

境界荷重 1

本例は線形問題で、印加外力の大きさは最適トポロジーに影響しません。

1. フィジックスツールバー下の境界をクリックし、「境界荷重」を選択します。
2. 境界 5 を選択します。
3. 境界荷重の設定ウインドウの「力」セクションに行って：
 - 「荷重タイプ」選択リストから「総力」を選択します。
 - 総力ベクトル「 F_{tot} 」の y 方向に「-100[kN]」を入れます。



最適化 (opt)

以下に最適化インターフェースを利用して制御変数フィールド、

制御変数フィールド 1

1. モデルビルダツリーのコンポーネント 1 下の「最適化(opt)」をクリックします。
2. フィジックスツールバーの「ドメイン」をクリックし、「制御変数フィールド」を選択します。



3. ドメイン 1 を選択します。
4. 「制御変数フィールド 1」ノードの設定ウィンドウに、「制御変数」セクションへ行きます：
 - 制御変数名テキストフィールドに「rho_design」を入れます。
 - 初期値テキストフィールドに「gamma」を入れます。
5. 「離散化」セクションへ行って、「要素次数」リストから「一次」を選択します。



▼ 制御変数

制御変数名:
rho_design

初期値:
gamma

▷ 制御変数スケーリング

▼ 離散化

形状関数タイプ:
ラグランジュ

要素次数:
1次

座標系:
空間

複素変数を分割する際の値タイプ:
実数

制御変数範囲 1

1. 最適化(opt)インターフェース下の「制御変数フィールド1」ノードを右クリックし、「制御変数範囲」を選択します。
2. 「制御変数範囲1」の設定ウインドウの「範囲」セクションに行きます。
 - 下界テキストフィールドに「 $1e-9^{(1/p)}$ 」を入れます。
 - 上界テキストフィールドに「1」を入れます。



▼ 範囲

下界
1e-9^(1/p)

上界
1

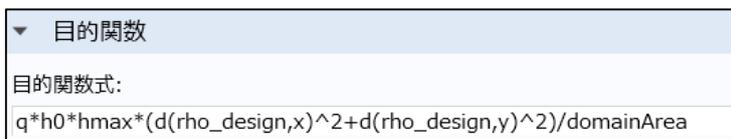
積分目的関数 1

1. フィジックスツールバーの「ドメイン」をクリックし、「積分目的関数」を選択します。
2. ドメイン1のみ選択します。
3. 「積分目的関数1」ノードの設定ウインドウに、「目的関数」セクションへ行きます。
4. 目的関数式テキストフィールドに「 $(1-q)*solid.Ws/Ws0$ 」を入れます。



積分目的関数 2

1. フィジックスツールバーの「ドメイン」をクリックし、「積分目的関数」を選択します。
2. ドメイン1のみ選択します。
3. 「積分目的関数1」ノードの設定ウインドウに、「目的関数」セクションへ行きます。
4. 目的関数式テキストフィールドに「 $q*h0*hmax*(d(\rho_{design},x)^2+d(\rho_{design},y)^2)/domainArea$ 」を入れます。



積分不等式拘束 1

1. フィジックスツールバーの「ドメイン」をクリックし、「積分不等式拘束」を選択します。
2. ドメイン1のみ選択します。

3. 「積分不等式拘束 1」ノードの設定ウインドウに、「拘束」セクションへ行きます。拘束式テキストフィールドに「rho_design」を入れます。

4. 「範囲」セクションに行って、「上界」テキストフィールドに「gamma*domainArea」を入れます。



メッシュ 1

1. メッシュツールバーから「フリーメッシュ 3 角形」をクリックします。



サイズ

1. モデルビルダの「メッシュ 1」ノード下の「サイズ」をクリックします。

2. 「サイズ」ノードの設定ウインドウの「要素サイズ」セクションに行って、「カスタム」ボタンをクリックします。

3. 「要素サイズパラメータ」セクションに行って、「最大要素サイズ」テキストフィールドに「hmax」を入れます。

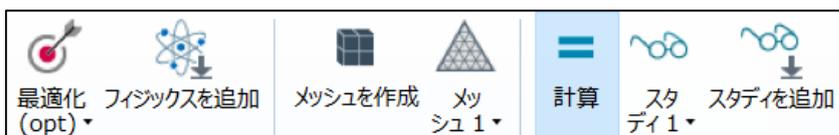
要素サイズ	
次で校正:	
一般物理 ▼	
<input type="radio"/> 既定	普通 ▼
<input checked="" type="radio"/> カスタム	
▼ 要素サイズパラメータ	
最大要素サイズ:	
hmax	m
最小要素サイズ:	
9E-4	m
最大要素成長率:	
1.3	
曲率因子:	
0.3	
狭小領域解像度:	
1	

4. 「全て作成」ボタンをクリックします。

スタディ 1

まずは定常計算をします。

1. ホームツールバーの「計算」ボタンをクリックします。



結果

鏡面データセットを利用してビーム全体の結果を表示します。

データセット

1. 結果ツールバーの「その他のデータセット」をクリックし、「鏡面コピー 2D」を選択します。



2. 「鏡面コピー 2D 1」の設定ウインドウの「軸データ」セクションに行って：

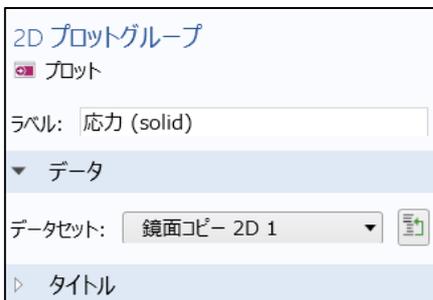
- ポイント 1 の行に、X を「a」に設定します。
- ポイント 2 の行に、X を「a」に設定します。
- ポイント 2 の行に、Y を「b」に設定します。



応力 (solid)

1. モデルビルダの結果ノード下の「応力 (solid)」をクリックします。
2. 2D プロットグループの設定ウインドウの「データ」セクションに行って、「データセット」選択リストから「鏡面コピー 2D 1」を選択します。

3. 2Dプロットグループ設定ウインドウの「プロット」をクリックします。



2Dプロットグループ2

1. モデルビルダの結果ノード下の「2Dプロットグループ2」をクリックします。
2. 「2Dプロットグループ2」ノード設定ウインドウの「データ」セクションに行き、「データセット」選択リストから「鏡面コピー 2D 1」を選択します。
3. 「2Dプロットグループ2」ノードをクリックし、キーボードのF2を押します。
4. リネームダイアログボックスの「新規ラベル」テキストフィールドに「Topology」を入れて、OKをクリックします。

Topology

1. モデルビルダの結果ノード下の「Topology」ノードを展開し、「面 1」をクリックします。
2. 「面 1」の設定ウインドウの「式」セクションに行き、「式」テキストフィールドに「E_SIMP」を入れます。



3. Topology ツールバーの「プロット」をクリックします。

計算値

1. モデルビルダの結果ノード下の「計算値」ノードを展開し、「目的関数値」をクリックします。
2. グローバル評価設定ウインドウの「評価」をクリックします。

結果は右下のテーブルウインドウに表示され、64.7になります。

グローバル定義

パラメータ

1. モデルビルダ中の「グローバル定義」ノード下の「パラメータ」をクリックします。
2. 設定ウインドウの「パラメータ」セクションに行きます。
3. Ws_0 の式を 64.7 に変更します。

gamma	0.5	0.5
domainA...	a*b	3
Ws0	64.7	64.7

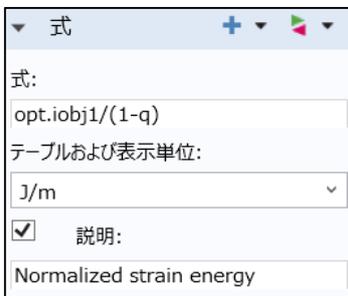
定義

1. 定義ツールバーの「プローブ」をクリックし、「グローバル変数プローブ」を選択します。



2. 「グローバル変数プローブ 1」設定ウインドウの「式」セクションに行って、「式」テキストフィールドに「 $\text{opt.iobj1}/(1-q)$ 」を入れます。
3. 「説明」チェックボックスにチェックを入れます。

4. 関連のテキストフィールドに「Normalized strain energy」を入れます。



5. 上記 1-4 の手順を繰り返して、式「 $\text{opt.iobj2}/q$ 」と説明「Gradient penalty」のプロローブ及び、式「 $\text{opt.iconstr1}/(\text{gamma}*\text{domainArea})$ 」と説明「Mass utilization」のプロローブを追加します。

スタディ 1

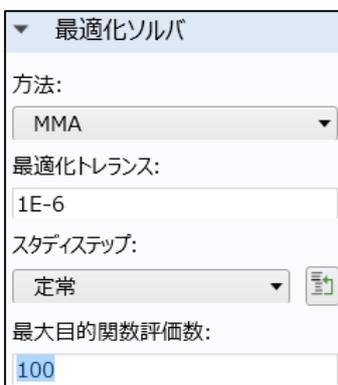
最適化スタディステップを追加します。

最適化

1. スタディツールバーの「最適化」をクリックします。

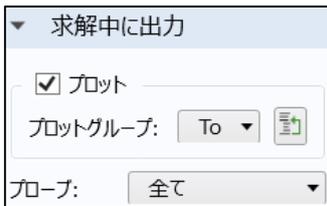


2. 「最適化」の設定ウインドウの「最適化ソルバ」セクションに行きます。

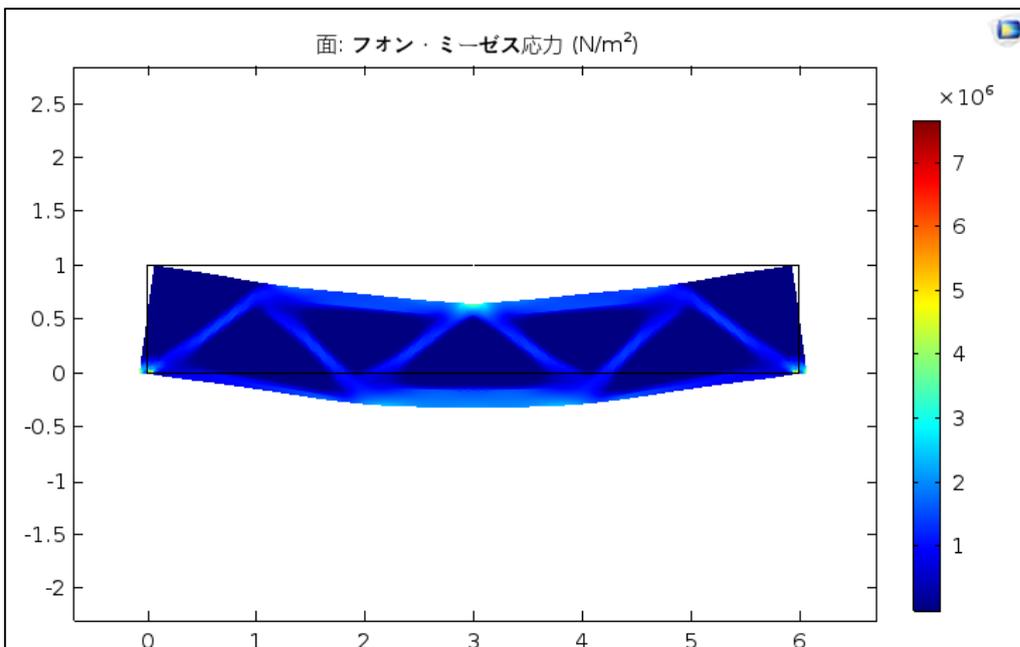


- 「方法」選択リストから「MMA」を選択します。

- 「最大目的関数評価数」テキストフィールドに「100」を入れます。
3. 「求解中に出力」セクションに行きます。
- 「プロット」チェックボックスにチェックを入れます。
 - 「プロットグループ」選択リストから「Topology」を選択します。



4. ホームツールバーの「計算」をクリックします。



以上