

Application Examples

Transient Simulation of Magnetic Circuits Using the Permeance-Capacitance Analogy

パーミアンス-キャパシタンスアナロジを用いた磁気回路の過渡シミュレーション

Jost Allmeling, Plexim GmbH

Wolfgang Hammer, Plexim GmbH

John Schönberger, TridonicAtco Schweiz AG

Version: 2012.05.25

概要

磁気コンポーネントをモデリングする場合、パーミアンス-キャパシタンスアナログにより、従来の等価回路モデルの欠点を回避することができます。磁気回路の構造はコア形状と電気-磁気ドメイン間のエネルギー関係から簡単に導き出されます。非線形コア材料は可変磁気パーミアンスでモデリングできるため、任意の飽和やヒステリシス関数を実装できます。周波数依存の損失は、磁気回路内に磁気抵抗を配置することで実現できます。

磁気ドメインはシミュレーションソフトウェアPLECSに実装されています。数値積分誤差を回避するには、回路方程式を解く際に、磁束と磁束変化率の両方にキルヒホッフの電流法則を適用する必要があります。

I. はじめに

インダクタとトランスは、現代のパワーエレクトロニクス回路の重要なコンポーネントです。他の受動部品と比較すると、磁気コア材料の非線形動作と結合コイルを備えたコンポーネントは複雑な構造のため、モデリングが困難です。

本論では、集中定数を用いた等価回路によって磁気部品をモデリングするさまざまな手法を比較します。これは、従来の結合インダクタモデルや磁気抵抗-抵抗アナログよりも、パーミアンス-キャパシタンスアナログが優れている点を強調しています。

パーミアンス-キャパシタンスアナログを使用して、コア材料の飽和をモデリングするために可変パーミアンスをどの用に使用するかを示します。飽和コアモデルは、周波数依存の損失とヒステリシスをモデリングできます。

最後に、市販のシミュレーションソフトウェアPLECSでの磁気ドメインの実装について説明します。数値積分誤差を回避するために、磁束と磁束変化率の両方にキルヒホッフの電流法則を適用してシステム方程式を設定する必要があります。

II. 磁気部品の等価回路

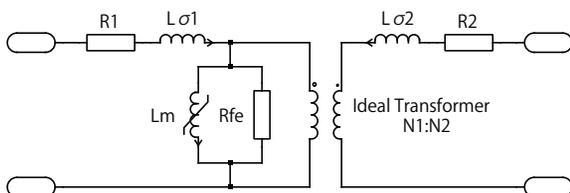
複雑な磁気構造を等価回路でモデリングするには、結合インダクタ、磁気抵抗-抵抗アナログ、パーミアンス-キャパシタンスアナログの3つの異なる手法があります。

A 結合インダクタ

結合インダクタでは、磁気コンポーネントは等価回路として電気ドメインで直接モデリングし、インダクタンスは磁束経路を表し、損失は抵抗を表します。巻線間の磁気結合は、相互インダクタンスまたは変圧器(理想モデル)によって実現します。

結合インダクタを使用すると、磁気コンポーネントは電気回路ブロックのみで構成できるため、あらゆる回路シミュレータに実装できます。この手法は、変圧器などの標準的な磁気コンポーネントを表現する際に最も一般的に使用します。図1は変圧器(理想モデル)の例を示しています。ここで、 $L_{\sigma 1}$ と $L_{\sigma 2}$ は漏れインダクタンス、 L_m は非線形磁化インダクタンス、 R_{fe} は鉄損を表します。巻線の銅抵抗は R_1 と R_2 でモデリングしています。

図1: 結合インダクタを使用した変圧器の実装



ただし、等価回路は磁気コンポーネントの物理的構造とあまり似ていません。たとえば、磁気構造内の並列磁束経路は、等価回路内の直列インダクタンスを使用してモデリングしています。複数巻線変圧器や統合磁気コンポーネントなどの重要な磁気部品の場合、等価回路を導出して理解するのは困難な場合があります。さらに、非平面磁気コンポーネントに対してはインダクタに基づく等価回路を導出することは不可能です[4]。

B. 磁気抵抗-抵抗アナロジ

磁気構造を同等の電気回路でモデリングする従来の手法は、磁気抵抗-抵抗アナロジです。起磁力(magnetomotive; MMF) \mathcal{F} は電圧に相当し、磁束 Φ は電流に相当するとみなされます。結果として、磁束経路 \mathcal{R} の磁気抵抗は電気抵抗に対応します：

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\Phi} \tag{1}$$

磁気回路はコアの形状から簡単に導き出せます：磁束経路の各セクションは磁気抵抗によって表され、各巻線はMMFソースになります。

外部の電気回路と磁気回路を接続するには、磁気インタフェースが必要です[1]。磁気インタフェースは巻線を表し、磁気回路内の磁束とMMFと電気ポートの電圧 v と電流 i との関係を確立します：

$$v = N \frac{d\Phi}{dt} \tag{2}$$

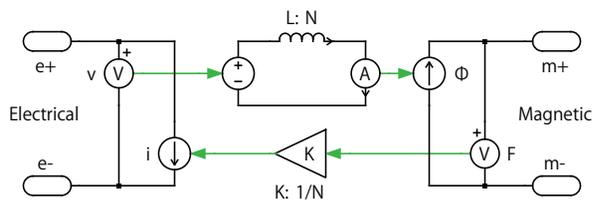
$$i = \frac{\mathcal{F}}{N} \tag{3}$$

N は回転数です。磁気インタフェースが積分器を使用して実装している場合、常微分方程式(Ordinary differential equation: ODE)ソルバで解くことができます：

$$\Phi = \frac{1}{N} \int v dt \tag{4}$$

図2は、回路シミュレーションソフトウェアでの磁気インタフェースの実装の概要を示しています。

図2: 磁気インタフェースの実装



磁気抵抗-抵抗の二重性は自然に見え、広く受け入れられていますが、いくつかの理由から不適切な選択です：

- 物理的には、エネルギーは体積単位の磁場に保存されます。したがって、集中要素を持つ磁気回路モデルでは、磁気抵抗はストレージコンポーネントである必要があります。ただし、磁気システム変数としてMMFと磁束を従来どおり選択すると、磁気抵抗は抵抗器、つまり通常はエネルギーを消散するコンポーネントとしてモデリングされます。磁気インタフェースがストレージコンポーネントであることも混乱を招きます。
- コア材料におけるエネルギー散逸をモデリングするには、磁気回路にインダクタを採用する必要がありますが、これはさらに直感的ではありません。

- ・ 非線形磁気抵抗を持つ磁気回路は、微分代数方程式や代数ループを生成しますが、これはODEソルバで解けません。
- ・ 磁気インタフェースを使用すると、密結合された巻線に対して非常にスティフなシステム方程式になります。

C. パーミアンス-キャパシタンスアナログ

磁気抵抗-抵抗アナログの欠点を回避するために、著者らは代替のパーミアンス-キャパシタンスアナログを提唱しています[2]-[5]。ここで、MMF F は横断量(電圧に相当)であり、磁束の変化率 $\dot{\Phi}$ は通過量(電流に相当)です。このシステム変数を選択すると、磁気パーミアンス \mathcal{P} は静電容量に対応します:

$$\dot{\Phi} = \mathcal{P} \frac{dF}{dt} \tag{5}$$

したがって、磁束経路要素をモデリングするには、逆磁気抵抗 \mathcal{R} の代わりにパーミアンス \mathcal{P} を使用すると便利です。パーミアンスはストレージコンポーネントを使用してモデリングするため、実際の磁気回路と等価磁気回路間のエネルギー関係が保持されます。体積要素のパーミアンス値は次のように表されます:

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{\mu_0 \mu_r A}{l} \tag{6}$$

ここで、 $\mu_0=4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ は磁気定数、 μ_r は材料の比透磁率、 A は断面積、 l は磁束経路の長さです。

損失をモデリングするために磁気回路で放熱部品(電気抵抗に相当)を使用できます特定の損失の性質に応じて、パーミアンスコンポーネントに直列または並列に接続します。放熱で熱に変換される電力が電気回路内の電力損失と一致するため、エネルギー関係は維持されます:

$$P_{\text{loss}} = F \dot{\Phi} \tag{7}$$

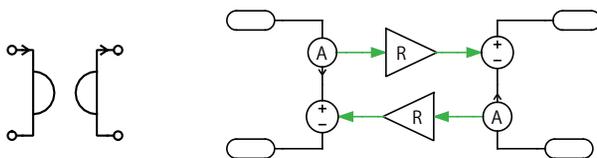
巻線は電機と磁気ドメイン間のインタフェースを形成します。巻線数 N は以下の式で表されます。式の左辺は電気ドメインを表し、右辺は磁気ドメインを表します:

$$v=N\dot{\Phi} \tag{8}$$

$$i = \frac{F}{N} \tag{9}$$

巻線は、あるドメインの通過量($\dot{\Phi}$ を i)を他のドメインの横断量(v を F)に変換するため、ジャイレータを使用して実装することができます。ここで N はジャイレータ抵抗 \mathcal{R} です[5]。図3は、ジャイレータのシンボルとシミュレーションソフトウェアPLECSでの実装を示しています。

図3: ジャイレータのシンボルと実装

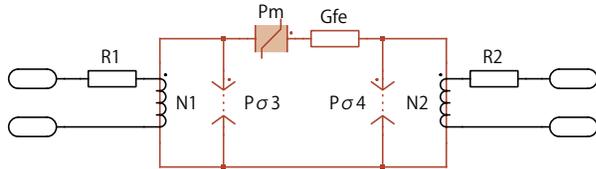


ジャイレータコンポーネントを通常のキャパシタと組み合わせて使用することで、磁気回路を構築できます。しかし、ジャイレータのシンボルもキャパシタも、巻線や磁束経路には適切に対応していません。さらに、電気ドメインと磁気ドメインを誤って直接接続すると、デバッグが非常に困難な原因不明のエラーが発生する可能性があります。

III. PLECSの磁気回路ドメイン

PLECSでは、パーミアンス-キャパシタンスアナログを特別なドメインを用いて実装しています。使用可能な磁気回路ブロックコンポーネントには、巻線、定常および可変磁気パーミアンスが含まれています。物理構造に従って接続することで、ユーザは任意の磁気コンポーネントの等価回路を作成できます。図1の変圧器を磁気ドメインでモデリングすると、図4のようになります。

図4: 磁気ドメインでの変圧器の実装



$P_{\sigma 1}$ と $P_{\sigma 2}$ は漏れ磁束経路のパーミアンスを表し、 P_m はコアの非線形パーミアンスを表し、 G_{fe} は鉄損を表します。巻線抵抗 R_1 と R_2 は電気ドメインでモデリングされます。

A. 非線形磁性材料のモデリング

飽和やヒステリシスなどの非線形磁性材料特性は、可変磁気パーミアンスコンポーネントを使用してモデリングできます。パーミアンスは、コンポーネントの入力に供給される信号によって決まります。可変パーミアンス $\mathcal{P}(t)$ を通る磁束変化率は次の式で表されます：

$$\dot{\Phi} = \frac{d}{dt} (\mathcal{P} \cdot F) = \mathcal{P} \cdot \frac{dF}{dt} + \frac{d}{dt} \mathcal{P} \cdot F \tag{10}$$

制御信号は $\mathcal{P}(t)$ と $\frac{d}{dt} \mathcal{P}(t)$ の両方の値を提供する必要があります。

非線形パーミアンスの特性を指定する場合、総パーミアンス $\mathcal{P}_{tot}(F) = \Phi/F$ と微分パーミアンス $\mathcal{P}_{diff}(F)=d\Phi/dF$ を慎重に区別する必要があります。

総パーミアンス $\mathcal{P}_{tot}(F)$ が分かっている場合、時間とともに変化するパーミアンスを通る磁束変化率 $\dot{\Phi}$ は次のように計算されます：

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} &= \frac{d\Phi}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} (\mathcal{P}_{tot} \cdot F) \\ &= \mathcal{P}_{tot} \cdot \frac{dF}{dt} + \frac{d\mathcal{P}_{tot}}{dt} \cdot F \\ &= \mathcal{P}_{tot} \cdot \frac{dF}{dt} + \frac{d\mathcal{P}_{tot}}{dF} \cdot \frac{dF}{dt} \cdot F \\ &= \left(\mathcal{P}_{tot} + \frac{d\mathcal{P}_{tot}}{dF} \cdot F \right) \cdot \frac{dF}{dt} \end{aligned} \tag{11}$$

この場合、可変パーミアンスコンポーネントの制御信号は次のようになります：

$$\begin{bmatrix} \mathcal{P}(t) \\ \frac{d}{dt} \mathcal{P}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_{tot} + \frac{d}{dF} \mathcal{P}_{tot} \cdot F \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

ただし、ほとんどの場合、微分パーミアンス $\mathcal{P}_{diff}(F)$ は磁気飽和とヒステリシスを特徴付けるために提供されます。

$$\begin{aligned}\dot{\Phi} &= \frac{d\Phi}{dt} \\ &= \frac{d\Phi}{dF} \cdot \frac{dF}{dt} \\ &= \mathcal{P}_{\text{diff}} \cdot \frac{dF}{dt}\end{aligned}\tag{13}$$

の場合、制御信号は:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{P}(t) \\ \frac{d}{dt}\mathcal{P}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_{\text{diff}} \\ 0 \end{bmatrix}\tag{14}$$

B. 軟磁性材料の飽和曲線

曲線フィッティング技術を使用して、強磁性材料の特性をモデリングすることができます。ここでは、軟質磁性材料の非線形一次飽和曲線をモデリングするための2つの関数を紹介します。

- 1) *coth fit*: cothフィットと呼ばれる最初の関数は、ドメイン間結合のないバルク磁化に対するランジュバン方程式[6]-[8]から適応されたもので、次のように表されます:

$$B = B_{\text{sat}} \left(\coth \frac{3H}{a} - \frac{a}{3H} \right) + \mu_{\text{sat}} H\tag{15}$$

H に関する B の導関数を計算すると、次の結果が得られます:

$$\frac{dB}{dH} = B_{\text{sat}} \left(\frac{\tanh^2(H/a) - 1}{a \tanh^2(H/a)} - \frac{a}{H^2} \right) + \mu_{\text{sat}}\tag{16}$$

- 2) *atan fit*: 2つ目の関数はatanフィットと呼ばれ、[9]で提案されています。

$$B = \frac{2}{\pi} B_{\text{sat}} \tan^{-1} \left(\frac{\pi H}{2a} \right) + \mu_{\text{sat}} H\tag{17}$$

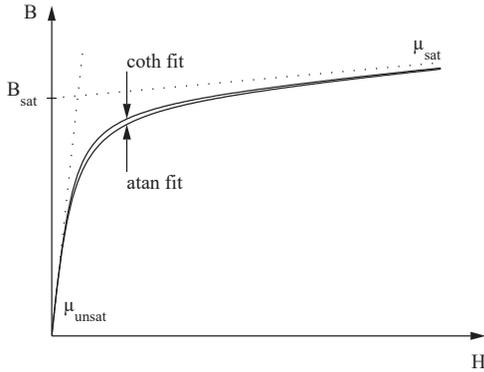
$$\frac{dB}{dH} = \frac{B_{\text{sat}}}{a \left(1 + \left(\frac{\pi}{2} H/a \right)^2 \right)} + \mu_{\text{sat}}\tag{18}$$

両方のフィッティング関数には、係数 μ_{sat} 、 B_{sat} 、 a によって設定される3つの自由度があります。 μ_{sat} は完全に飽和した透磁率です。これは通常:

$$\mu_{\text{sat}} = \mu_s\tag{19}$$

B_{sat} は、図5に示すように、不飽和透磁率と飽和透磁率間の飽和遷移の屈曲点を定義します。

図5: cothおよびatanフィッティング関数の飽和特性



$$B_{\text{sat}} = (B - \mu_{\text{sat}} H) \Big|_{H \rightarrow \infty} \tag{20}$$

係数aは、 $H=0$ における不飽和透磁率 μ_{unsat} を使用して決定できます:

$$a = B_{\text{sat}} / (\mu_{\text{unsat}} - \mu_{\text{sat}}) \tag{21}$$

図5は、両方のフィッティング関数の飽和特性を示しています。飽和曲線は、不飽和透磁率と飽和透磁率間の遷移付近でのみ異なります。cothフィットはややタイトな移行を表現しています。

$\Phi=B \cdot A$ および $F=H \cdot l$ の関係から、可変パーミアンスの制御信号 $\mathcal{P}_{\text{diff}}$ は(16)および(18)から容易に算出できます。

C. 磁気回路方程式の解き方

等価回路のシステム方程式は、キルヒホッフの電流法則と電圧法則によって決定されます。各ノードでは、すべてのブランチnの直接磁束レートの合計はゼロになります:

$$\sum_{k=1}^n \dot{\Phi}_k = 0 \tag{22}$$

任意の閉回路ループの周囲では、MMFの直和はゼロです:

$$\sum_{k=1}^n F_k = 0 \tag{23}$$

しかし、キルヒホッフの電流法則は磁束自体には適用されないため、ガウスの法則は破られることとなります:

$$\oiint_{\partial V} B \cdot dA = 0 \tag{24}$$

- シミュレーション開始時のすべての直接磁束の合計がゼロではない

または

- 数値積分中に誤差が蓄積された

と考えられます。

したがって、ソルバは磁束に対してキルヒホッフの電流法則を明示的に適用する必要があります。

$$\sum_{k=1}^n \Phi_k = 0 \tag{25}$$

定数パーミアンス \mathcal{P}_k を用いた線形システムの場合、これはシステム方程式に含めることで簡単に実現できます。

$$\sum_{k=1}^n \Phi_k = \sum_{k=1}^n \mathcal{P}_k \cdot F_k = 0 \quad (26)$$

可変パーミアンス $\mathcal{P}_k(t)$ を含む回路を解くには、残留磁束 Φ_{res} を各ノードごとに計算し、 F_k を繰り返し微調整して誤差を最小化する必要があります。

$$\Phi_{\text{res}} = \sum_{k=1}^n \Phi_k(F_k, t) = 0 \quad (27)$$

すべての可変パーミアンスに対して、磁束 Φ_k を指定する必要があります。したがって、飽和パーミアンスの入力信号は次のようになります：

$$\begin{bmatrix} \mathcal{P}(t) \\ \frac{d}{dt} \mathcal{P}(t) \\ \Phi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_{\text{diff}} \\ 0 \\ \mathcal{P}_{\text{tot}} \cdot F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_{\text{tot}} + \frac{d}{dF} \mathcal{P}_{\text{tot}} \cdot F \\ 0 \\ \mathcal{P}_{\text{tot}} \cdot F \end{bmatrix} \quad (28)$$

IV. まとめ

PLECSに実装されたパーミアンス-キャパシタンスアナログは、磁気回路の強力なモデリング領域を提供します。磁気回路の構造は、コアの形状から簡単に導き出すことができます。コア材料の非線形特性は、可変パーミアンスコンポーネントを使用してモデリングできます。キルヒホッフの電流法則を磁束率と磁束自体の両方に適用することで、ソルバは数値誤差を蓄積することなく磁気回路方程式を積分できます。

V. 参考文献

- [1] S. El-Hamamsy and E. Chang, "Magnetics modeling for computer-aided design of power electronics circuits," in *Power Electronics Specialists Conference*, vol. 2, pp. 635–645, 1989.
- [2] R. W. Buntentbach, "Improved circuit models for inductors wound on dissipative magnetic cores," in *Proc. 2nd Asilomar Conf. Circuits Syst.*, Pacific Grove, CA, Oct. 1968, pp. 229–236 (IEEE Publ. No. 68C64-ASIL).
- [3] R. W. Buntentbach, "Analog between magnetic and electrical circuits," in *Electron. Products*, vol. 12, pp. 108–113, 1969.
- [4] D. Hamill, "Lumped equivalent circuits of magnetic components: the gyrator-capacitor approach," in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 8, pp. 97–103, 1993.
- [5] D. Hamill, "Gyrator-capacitor modeling: A better way of understanding magnetic components," in *APEC Conference Proceedings* pp. 326–332, 1994.
- [6] D. C. Jiles and D. L. Atherton, "Ferromagnetic hysteresis," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 19, no. 5, pp. 2183–2185, 1983.
- [7] D. C. Jiles and D. L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis," in *Journal of Applied Physics*, vol. 55, no. 6, pp. 2115–2120, 1984.
- [8] D. C. Jiles, J. B. Tholke and M. K. Devine, "Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis," in *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 28, no. 1, pp. 27–35, 1992.
- [9] C. Perez-Rojas, "Fitting saturation and hysteresis via arctangent functions," in *IEEE Power Engineering Review*, vol. 20, no. 1, pp. 55–57, 2000.

改訂履歴:

2012.05.25

初版

plexim

☎ +41 44 533 51 00

Phone

+41 44 533 51 01

Fax

✉ Plexim GmbH

Mail

Technoparkstrasse 1

8005 Zurich

Switzerland

@ info@plexim.com

Email

<http://www.plexim.com>

Web

KESCO KEISOKU ENGINEERING SYSTEM

計測エンジニアリングシステム株式会社

<https://kesco.co.jp/>

Application Examples

© 2002–2014 by Plexim GmbH

このマニュアルに記載されているソフトウェアPLECSは、ライセンス契約に基づいて提供されています。ソフトウェアは、ライセンス契約の条件の下でのみ使用またはコピーできます。Plexim GmbHの事前の書面による同意なしに、このマニュアルのいかなる部分も、いかなる形式でもコピーまたは複製することはできません。

PLECSはPlexim GmbHの登録商標です。MATLAB、Simulink、およびSimulink Coderは、The MathWorks, Inc.の登録商標です。その他の製品名またはブランド名は、それぞれの所有者の商標または登録商標です。